

# قضیه پونسله

اشاره

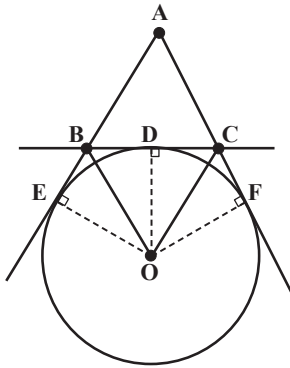
ارتباط با موضوع درسی

مسئله ۱۰ صفحه ۵۶ کتاب درسی هندسه (۲) سوم ریاضی در خصوص ثابت بودن محیط مثلث حاصل از رسم مماس‌های دایره محاطی خارجی مطرح شده که در سطوح بالاتر به «مسئله پونسله» معروف است. ابتدا برای توجه دادن بیشتر دانش‌آموزان به اهمیت و کاربرد این مسئله، به‌طور مختصر این ریاضی‌دان فرانسوی را معرفی می‌کنیم و سپس به بیان و اثبات قضیه می‌پردازیم.

**اثبات الف:** می‌دانیم از هر نقطه خارج یک دایره فقط دو مماس بر آن می‌توان رسم کرد که طول این دو مماس با هم برابرند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} AE &= AF \\ BD &= BE \Rightarrow \\ CF &= DC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{ABC} &= AB + AC + BC \\ &= AB + AC + (BD + DC) \\ &= (AB + BD) + (AC + DC) \\ &= (AB + BE) + (AC + CF) \\ &= AE + AF = 2AE = \text{مقدار ثابت} \end{aligned}$$



**اثبات ب:** می‌دانیم در چهارضلعی‌های شبه‌لوزی ODBE و ODCF، پاره‌خط‌های OC و OB قطر و در نتیجه نیم‌ساز زوایای خود هستند. به کمک این خاصیت داریم:

$$\begin{aligned} \hat{B\hat{O}C} &= \hat{C\hat{O}D} + \hat{D\hat{O}B} = \frac{1}{2}\hat{D\hat{O}F} + \frac{1}{2}\hat{D\hat{O}E} \\ &= \frac{1}{2}(\hat{D\hat{O}F} + \hat{D\hat{O}E}) = \frac{1}{2}(\hat{E\hat{O}F}) = \frac{1}{2}(180^\circ - \hat{A}) \\ &= 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} = \text{مقدار ثابت} \end{aligned}$$

\* منبع

دایره‌المعارف هندسه (جلد سوم)، تألیف محمدحاشم رستمی

پونسله که بود؟

**ژان ویکتور پونسله**، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان فرانسوی، در سال ۱۷۸۸ در شهر «متز» به دنیا آمد. وی در جنگی میان روسیه و فرانسه، در رأس ستونی به نیروهای روس هجوم برد و توسط آن‌ها اسیر شد. او در سال ۱۸۱۴، با طی مسافتی برابر ۱۵۰۰ کیلومتر، از روسیه به فرانسه گریخت. پونسله هنگام اسارت و بدون دسترسی به هیچ‌گونه کتابی، اساس مهم‌ترین اثرش را برنامه‌ریزی و مطالعه کرد. نام پونسله را در فهرست ۷۲ نفری که با نظر و با عمل در ساخت برج ایفل کمک و هم‌پاری کردند، ثبت و روی برج نصب کرده‌اند. همچنین در فیزیک یک واحد اندازه‌گیری توان را به نام او نام‌گذاری کرده‌اند. پونسله در ۲۲ دسامبر سال ۱۸۶۷ در شهر پاریس زندگی را بدرود گفت. او را بنیان‌گذار و پدر دانش هندسه تحلیلی یا هندسه پروژکتیو می‌دانند.

قضیه پونسله

خط‌های AE، AF و BC به ترتیب در نقطه‌های E، F و D بر دایره C(O,R) مماس‌اند. مماس BC، خط‌های AE و AF را به ترتیب در نقطه‌های B و C قطع کرده است:

**الف)** ثابت کنید با تغییر مکان نقطه D روی دایره بین دو نقطه ثابت E و F، محیط مثلث ABC مقداری ثابت است.

**ب)** نشان دهید اندازه زاویه BOC برابر مقدار ثابت  $90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$  است.



مراد کریمی شه‌مارودی دبیر ریاضی دبیرستان پسرانه شاهد شهر کرد



«جزیره شواایه‌ها و سربازها»، در نوشته‌های بسیاری از طراحان معماها، نامی شناخته شده است. شواایه‌ها همیشه راست‌گو و سربازها همیشه دروغ‌گویند. همه شهروندان این جزیره هم یا شواایه‌اند یا سرباز. اکنون به چند پرسش در مورد این جزیره عجیب و غریب پاسخ دهید. در شماره‌های آینده در این باره معماهای جالب‌تری برایتان داریم.

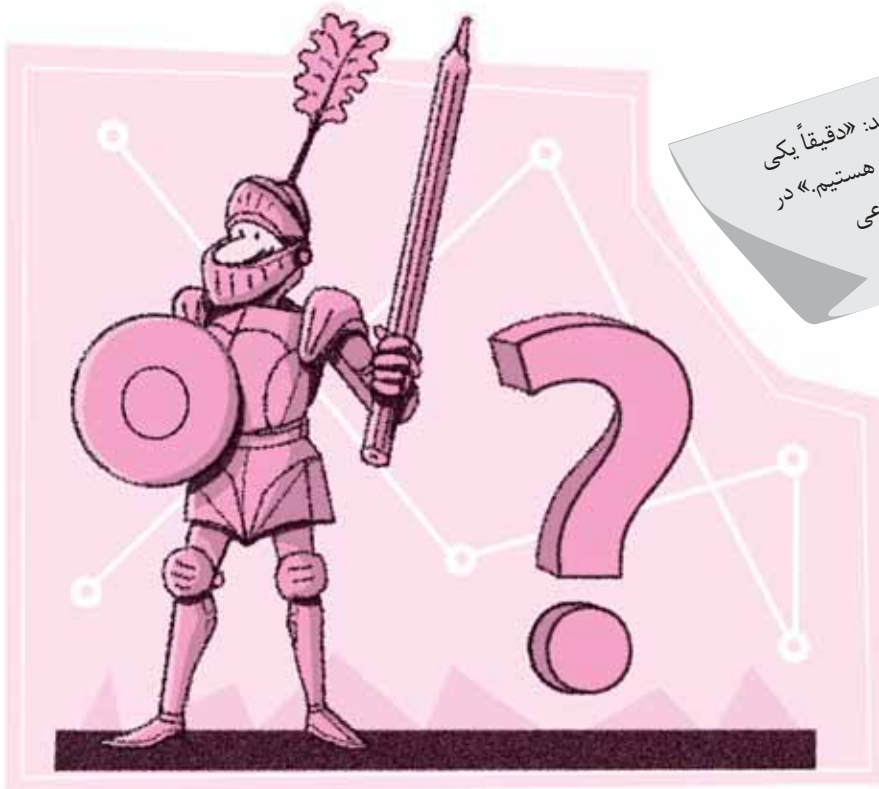
۱. آیا ممکن است شهروندی از این جزیره بگوید:  
«من یک سرباز هستم؟»

## ایستگاه دوم

۳. فرض کنید شهروندی بگوید: «حداقل یکی از ما دو نفر (من و برادرم) سرباز هستیم.» در این صورت این دو برادر از چه نوعی هستند؟

۲. آیا ممکن است شهروندی از این جزیره بگوید: «من و برادرم هر دو سرباز هستیم؟» اگر ممکن است، در این صورت او و برادرش از چه نوعی هستند؟

۴. فرض کنید شهروندی بگوید: «دقیقاً یکی از ما دو نفر (من و برادرم) سرباز هستیم.» در این صورت این دو برادر از چه نوعی هستند؟



۵. فرض کنید شهروندی بگوید: «من و برادرم از یک نوع هستیم.» در این صورت در مورد این دو برادر چه می‌توان گفت؟